Informations - Informationen - Informazioni - Notes

EXPERIENTIA MAIORUM

Von der Magie der mathematischen Zeichensprache

Zur Erinnerung an die Erstausgabe der EULER*schen Introductio (1748)*

Das Erscheinen der zweibändigen *Introductio in analysin infinitorum*[1] aus der Feder LEONHARD EULERS[2] (1707–1783) bei dem rührigen Verleger MARCUS MICHAEL BOUSQUET sollte zu einem folgenreichen Ereignis werden. Bis dahin war die höhere Analysis nicht viel mehr als eine Geheimlehre gewesen – ein machtvolles Instrument in den Händen der wenigen Eingeweihten, aber dem großen Publikum verschlossen. Jetzt hatte der hochangesehene «Berliner Professor und Angehörige der Petersburger Akademie der Wissenschaften» eine Einführung geschrieben, die sich der rätselvollen und umstrittenen esoterischen Symbole der höheren Analysis grundsätzlich noch nicht bediente und die doch weit mehr als nur eine vage Vorstellung von den neuen Schlußweisen und den mit ihrer Hilfe gewonnenen oder in Aussicht stehenden Ergebnisse vermittelte – geschrieben in lichtvollem und faßlichem Stil, der die akademische Jugend bezaubern mußte und doch mit aller nur denkbaren zarten Rücksichtnahme auf die Interessen, die Gewohnheiten und die Redeweise der alten Schule. Das umfangreiche Werk war schon im Jahr 1745 im Manuskript abgeschlossen; der Verleger, der den gelehrten Verfasser 1743 gelegentlich eines Besuches in Berlin persönlich kennengelernt und 1744 die hochbedeutsamen Beiträge EULERS zur Variationsrechnung[3] mit bestem Erfolg herausgebracht hatte, war eifrig um eine möglichst gefällige Ausstattung des Werkes bemüht. An die Spitze des ersten Bandes hat er einen hübschen Kupferstich gestellt; dann folgt ein etwas schwülstiges Widmungsschreiben BOUSQUETS an JEAN JACQUES D'ORTOUS DE MAIRAN (1678–1771) unter Beigabe eines wohlgelungenen Porträtstichs.

[1] Erschienen bei M. M. Bousquet & Co. (Lausanne 1748); Titelauflage bei J. H. Pott & Co. (Lausanne 1783); 2. Auflage bei Bernouset, Delamolliere, Falque & Co. (Lyon 1797); kritische Ausgabe in Reihe I, Band 8 und 9 der *Opera omnia* (Leipzig/Berlin 1922 und 1925 bei B. G. Teubner). Französische Übersetzung des ersten Bandes von PEZZI (Straßburg 1786) im Akademie-Verlag (die vorgesehene Übersetzung des zweiten Bandes durch CHR. KRAMP unterblieb); vollständige französische Übersetzung nebst Erläuterungen von J. B. LABEY, Paris, an IV/V (1796/97) bei Barrois; Titelauflage Paris 1835 bei Bachelier. Deutsche Übersetzung mit Erläuterungen von J. A. CHR. MICHELSEN (Berlin 1788) bei C. Matzdorff; 2. (berichtigte) Auflage Berlin 1835/36 bei D. Reimer. Deutsche Übertragung des ersten Buches von H. MASER (Berlin 1885) bei J. Springer.

[2] Vgl. die Biographie von O. SPIESS (Frauenfeld/Leipzig 1929), ferner die Skizze von R. FUETER (Basel 1948) (Beiheft 3 zur Zeitschrift *Elemente der Mathematik*). Die maßgebliche Bibliographie der EULERschen Schriften stammt von G. ENESTRÖM, Leipzig 1910–13 (Ergänzungsband IV zum *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*; erschienen sind nur die ersten beiden Lieferungen). Über den gegenwärtigen Stand der EULER-Ausgabe, die seit 1911 unter schwierigen Verhältnissen 32 Bände herausgebracht hat, vgl. A. SPEISER, *Einteilung der sämtlichen Werke L. Eulers*. Commentarii Mathematici Helvetici *20*, (1947), S. 288 u.f.

[3] *Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes, sive solutio problematis isoperimetrici latissimo sensu accepti* (Lausanne/Genf 1744).

EULER hat der *Introductio* ein längeres Vorwort vorangestellt, worin er sich über die Tendenz und den wesentlichen Inhalt seines Werkes äußert. Er sieht die Hauptschwierigkeit bei Erlernung der höheren Analysis in der Ungeduld der Schüler, die vorzeitig ohne ausreichende Kenntnisse auf dem Gebiet der niedern Algebra an die Infinitesimalmathematik herangehen und sich dabei völlig unzutreffende Vorstellungen vom Wesen des Unendlichen bilden. *Seine* Absicht sei es, den Leser mit dem Begriff des Unendlichen schrittweise, ja sozusagen unvermerkt vertraut zu machen. Diesem Zweck solle die elementare Behandlung einer Reihe bisher fast ausschließlich unter Heranziehung höherer Hilfsmittel gelöster Probleme dienen. Der Kürze halber verzichte er auf genauere Angaben über Herkunft und bisherige Bewältigung der Einzelfragen, zumal er fast durchwegs seine eigenen Wege gegangen sei und daher keinen geringen Teil der Lösungsmethoden für sich in Anspruch nehmen dürfe. Wer die Entwicklungsgeschichte der von EULER berührten Probleme kennt, wird diesen bescheidenen und doch stolzen Worten gern zustimmen. Der Anregungen und Vorarbeiten auf analytischem Gebiet gab es genug, aber keiner der Zeitgenossen besaß die Weite des allumfassenden Blickes, die dem großen Algorithmiker zu eigen war[1].

Die Anlage des Werkes im großen, die ich im folgenden kurz skizziere, verrät die Meisterhand des vielerfahrenen Autors. Das erste Buch gehört der Analysis und ist in 18 Kapitel aufgeteilt:

1. Allgemeines von den Funktionen einer einzigen Veränderlichen;
2. Partialbruchzerlegung rationaler Funktionen unter Beschränkung auf reelle Linearfaktoren;
3. Rationalisierung einfacher irrationaler Funktionen durch Einführung zweckmäßiger Parameter;
4. Formale Reihenentwicklung einfacher rationaler Funktionen[2] (rekurrente Reihen);
5. Allgemeines über Funktionen von zwei und mehr Veränderlichen.
6. Das Logarithmieren als zweite Umkehrung des Potenzierens[3];
7. Herleitung der Exponentialreihe und der logarithmischen Reihe aus der binomischen Reihe durch Grenzübergang;
8. Trigonometrische Funktionen, EULERsche Identität, zyklometrische Reihen;
9. Zusammenfassung konjugiert komplexer Linearfaktoren von Polynomen zu reellen Quadratfaktoren; Darstellung von ganzen Funktionen durch unendliche Produkte;
10. Koeffizientenbeziehungen durch formalen Vergleich unendlicher Produkte mit den zugehörigen Potenzreihenentwicklungen;
11. Verwendung dieser Ergebnisse zur Herstellung stark konvergierender Reihen;

[1] Dies wird uns besonders deutlich, wenn wir die *Introductio* mit den besten Leistungen der Zeitgenossen auf analytischem Gebiet vergleichen, nämlich mit den *Istituzioni analitiche* (Mailand 1748) der MARIA GAETANA AGNESI und den *Institutiones analyticae* (Bologna 1765) von VINCENZO RICCATI und HIERONIMO SALADINI.

[2] Unter ausdrücklicher Bezugnahme auf A. DE MOIVRE, nämlich wohl auf das in den *Miscellanea analytica* (London 1730) Gesagte.

[3] Daß man bei Einführung der Logarithmen rein analytisch vorgehen solle, da die Logarithmenrechnung nichts mit den Prinzipien der Geometrie zu tun habe (die Zeitgenossen benutzten die infinitesimalgeometrische Definition aus der Hyperbelquadratur), hat erstmals E. HALLEY in seiner *Most compendious and facile Method for constructing the Logarithms* (Philosophical Transactions *19* [1695], Nr. 216, S. 58–67) hervorgehoben, jedoch ohne die Einzelheiten näher auszuführen.

12. Partialbruchzerlegung rationaler Funktionen in reelle Quadratfaktoren;
13. Independente Darstellung des allgemeinen Gliedes von rekurrenten Reihen;
14. Das Problem der Winkelteilung;
15. Entwicklung rasch konvergierender unendlicher Produkte für die Potenzen von π vermittels $\prod_p \left(1 \pm \frac{1}{p^p}\right)$ (p durchläuft alle Primzahlen)[1];
16. Rekurrente Formeln, um festzustellen, wie oft sich eine bestimmte Zahl als Summe vorgegebener Zahlen darstellen läßt[2];
17. Annäherung einer Gleichungswurzel vermittels rekurrenter Reihen[3];
18. Endliche und unendliche Kettenbrüche[4].

Im zweiten Buch werden die Methoden der analytischen Geometrie behandelt. Die ebene Geometrie ist auf 22 Kapitel verteilt:

1. Einführung des Koordinatensystems;
2. Koordinatentransformation;
3. Einteilung der algebraischen Kurven nach der Ordnung;
4. Haupteigenschaften der Kurven n-ter Ordnung. Anzahl der zur Bestimmung der Kurve nötigen Punkte;
5. Allgemeine Eigenschaften der Kurven zweiter Ordnung (aus der Scheitelgleichung);
6. Spezielle Eigenschaften der Ellipse, Parabel und Hyperbel.
7. Verhalten der Kurven n-ter Ordnung im Unendlichen;
8. Eingehende Diskussion der geradlinigen und krummlinigen Asymptoten.
9. Aufstellung von 16 Klassen der Kurven dritter Ordnung nach ihrem asymptotischen Verhalten[5];
10. Einige allgemeine Eigenschaften der Kurven dritter Ordnung;
11. Aufzählung von 146 Klassen der Kurven vierter Ordnung nach ihrem asymptotischen Verhalten;
12. Zur gestaltlichen Kurvendiskussion (Verhalten zwischen parallelen Tangenten);
13. Tangentenbestimmung (aus den linearen Gliedern bei Entwicklung der Gleichung), Doppelpunkte;
14. Krümmung (aus den linearen und quadratischen Gliedern bei Entwicklung der Gleichung durch Bestimmung der Näherungsparabel), Wendepunkte, höhere Berührungen, Schnabelspitze[6];
15. Kurven mit Symmetrieeigenschaften;
16. Kurven mit gegebenen Beziehungen zwischen den Ordinaten;
17. Anwendung auf Polarkoordinaten;
18. Ähnlichkeit und Affinität;
19. $m\,n$ Schnittpunkte zwischen Kurven m-ter und n-ter Ordnung. Zum Eliminationsproblem;
20. Graphische Auflösung von Gleichungen;
21. Beispiele für transzendente Kurven[1];
22. Auflösung transzendenter Aufgaben am Kreis (mittels der *Regula falsi*).

In einem Anhang von 6 Kapiteln wird einiges zur Raumgeometrie Gehörige gebracht:

1. Rechtwinklige Raumkoordinaten; Zeichenregeln für die Oktanten;
2. Ebene Flächenschnitte;
3. Ebene Schnitte des Zylinders, des Kegels und der Kugel;
4. Koordinatentransformation;
5. Aufzählung der Flächen 2. Ordnung aus der Flächengleichung;
6. Schnitt zweier Flächen (projizierende Zylinder der Schnittkurve).

Schon aus dieser knappen Übersicht geht hervor, daß die beiden Teile der *Introductio* nicht gleichwertig sind. Die Analysis ist ganz straff gegliedert und enthält eine Fülle von neuen und überraschenden Ergebnissen. Auch die Geometrie ist sorgfältig durchgearbeitet, bleibt jedoch infolge der starken Bevorzugung des Gestaltlichen und der Zurückdrängung des projektiven Standpunkts hinter den besten Leistungen der Zeitgenossen zurück. Dazu tritt, daß EULER die neueste einschlägige Literatur[2] entweder nicht gekannt oder absichtlich als zu schwierig für Anfänger beiseitegesetzt hat. So kommt es, daß die Geometrie zwar einige neue und methodisch wertvolle Gesichtspunkte enthält, aber nichts, was sich mit der Analysis messen kann. Unter diesen Umständen erübrigt sich ein näheres Eingehen auf Einzelheiten des zweiten Teils.

EULER ist vorzugsweise *Analytiker*; er sieht in der Formel das unwiderstehliche Werkzeug, mittels dessen sich alle einschlägigen Fragen angreifen und bewältigen lassen. In diesem Sinne äußert sich schon der Dreißigjährige[3], und auch später kehren ähnliche Bemerkungen immer wieder. Das ganze erste Buch der *Introductio* gleicht einer vielteiligen Symphonie, die dieses eine Thema in immer neuen, wunderbar auf einander abgestimmten Variationen ausführt. Den algorithmischen Gesichtspunkt hat EULER von seinem großen Lehrer JOHANN BERNOULLI (1667–1748) übernommen; diesem verdankt er auch die Definition der Funktion als einen analytischen (will sagen algorithmischen) Ausdruck, der irgendwie aus veränderlichen, aus numerischen und aus allgemeinen Konstanten zusammengesetzt sei. Diese

[1] Vom nämlichen Gegenstand handeln schon die *Variae observationes circa series infinitas* (Commentarii academiae scientiarum Petropolitanae [=Comm.] *9* [1737], S. 160–88 (vorgelegt am 25. IV. 1737, Druck 1744) und die *Methodus facilis computandi angulorum sinus ac tangentes tam naturales quam artificiales* (Comm. *11* [1739], S. 194–230; vorgelegt am 15. XII. 1739, Druck 1750).

[2] Erstmals hat EULER derartige Untersuchungen in den *Observationes analyticae variae de combinationibus* (Comm. *13* [1741–43], S. 64–93; vorgelegt am 6. IV. 1741, Druck 1751) ausgeführt.

[3] Hier wird die von DANIEL BERNOULLI in den *Observationes de seriebus recurrentibus* (Comm. *3* [1728], S. 85–100; [Druck 1732]) entwickelte bekannte Näherungsmethode eingehend auf ihre Wirksamkeit untersucht.

[4] An älteren einschlägigen Darstellungen EULERS zu diesem Gegenstand nenne ich die *Dissertatio de fractionibus continuis* (Comm. *9* [1737], S. 98–137, vorgelegt am 7. III. 1737, Druck 1744); die *Observationes de fractionibus continuis* (Comm. *11* [1739], S. 32–81, vorgelegt am 22. I. 1739, Druck 1750) und die *Consideratio progressionis cuiusdam ad circuli quadraturam inveniendam idoneae* (Comm. *11* [1739], S. 116–27, vorgelegt am 23. III. 1739, Druck 1750).

[5] EULER bezieht sich hier eingehend auf I. NEWTONS *Enumeratio linearum tertii ordinis* (Erstdruck als Anhang zur *Optics* [London 1704], wiederabgedruckt in den *Opuscula*).

[6] Die Schnabelspitze erscheint erstmals in FR. G. DE L'HOSPITALS *Analyse des infiniment petits* (Paris 1696), S. 103, und gab Veranlassung zu längeren Diskussionen, an denen sich P. L. M. DE MAUPERTUIS (Mémoires de l'Académie des sciences, Paris 1729, Druck 1731), J. PAUL GUA DE MALVES (*Usages de l'analyse de Descartes*, [Paris 1740]; leugnet die Möglichkeit der Schnabelspitze) und EULER selbst (Mémoires de l'Académie des sciences de Berlin *5* [1749], S. 203–21, vorgelegt am 26. X. 1747, Druck 1751, beteiligt hatten.

[1] Unter ihnen befindet sich $y = x^x$ und $x^y = y^x$, ausgelöst mittels des Ansatzes $x = \left(1 + \frac{1}{t}\right)^t$, $y = \left(1 + \frac{1}{t}\right)^{t+1}$.

[2] Hierunter sind zu nennen: J. STIRLING, *Lineae tertii ordinis Newtonianae* (Oxford 1717), C. MACLAURIN, *Geometria organica sive descriptio linearum curvarum universalis* (London 1720), W. BRAIKENRIDGE, *Exercitatio geometrica de descriptione linearum curvarum* (London 1733), J. PAUL GUA DE MALVES (Paris 1740) und C. MACLAURIN, *Treatise of Fluxions* (Edinburg 1742). Daß P. MURDOCHS *Neutoni genensis curvarum per umbras* (London 1746) nicht mehr vor Abschluß des Manuskriptes zur Verfügung stand, ist klar.

[3] In der *Solutio problematis geometrici circa lunulas a circulis formatas* (Comm. *9* [1737], S. 207–21, vorgelegt am 20. II. 1738, Druck 1744), worin EULER ein von CHR. GOLDBACH stammendes und von DAN. BERNOULLI in den *Exercitationes quaedam mathematicae* (Venedig 1724), S. 85/86, elementargeometrisch behandeltes Problem erneut vornimmt, steht z. B. zu lesen: «Wenn die vorgelegte Aufgabe mittels der Analysis nicht gelöst worden sei, so werde dies mehr am Analysten als an der Analysis gelegen sein».

Zusammensetzung solle entweder durch alleinige Anwendung der algebraischen Grundoperationen (Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division) oder durch Wiederholung dieser Operationen in endlicher Zahl (Potenzierung, Radizierung, Gleichungsauflösung usw.) erfolgen — so entstehen die algebraischen Funktionen — oder durch Miteinbeziehung von Exponenten, Logarithmen, trigonometrischen Funktionen usw., wodurch man auf transzendente Funktionen geführt werde. Das wichtigste Hilfsmittel zur Erzeugung transzendenter Funktionen sei allerdings die (in der *Introductio* bewußt ausgeschlossene) Integration. Eine Funktion könne jedoch nur dann als echte Transzendente gelten, wenn das Mitwirken transzendenter Operationen unvermeidlich sei; das Eingehen einzelner transzendenter Konstanten, wie etwa der Zahl π, in das Operationsgefüge genüge noch nicht. Daher werde etwa x^{π} als eine algebraische Funktion anzusehen sein; ebenso die von einigen als interszendent bezeichnete Funktion $x^{\sqrt{2}}$. Übrigens nehme eine Funktion (gegebenenfalls durch Übergang zu komplexen Argumenten) jeden bestimmten Wert an, es sei denn, daß Scheinfunktionen, wie etwa x^0, 1^x oder $\frac{aa-ax}{a-x}$, vorlägen.

Wir sehen, wie eng und speziell der EULERsche Funktionsbegriff ist. Es handelt sich um naheliegende, aber unzulässige Verallgemeinerungen der Verhältnisse an den einfachsten und rechnerisch voll zugänglichen Beispielen. Das Ganze hängt damit zusammen, daß sich EULER von der Tragweite der algebraischen Methoden zur Auflösung von Gleichungen unrichtige Vorstellungen gebildet hat. Er ist (gleich allen seinen Zeitgenossen) von der algorithmischen Auflösbarkeit der allgemeinen Gleichungen, auch höheren als des 4. Grades, durch ausschließlichen Gebrauch von Wurzelzeichen fest überzeugt. Deshalb sieht er es nur als eine Folge des «gegenwärtig noch mangelhaften Zustandes der Algebra» an, wenn man eine implizit durch eine Gleichung gegebene algebraische Funktion nicht explizit darzustellen vermag. Aus dem gleichen Grund ist für ihn der Fundamentalsatz der Algebra (daß nämlich jede Gleichung n-ten Grades genau n Lösungen besitzt, die gegebenenfalls mehrfach zu zählen sind) eine Selbstverständlichkeit. Überdies fehlt ihm das richtige Empfinden für den Begriff der Stetigkeit, den Grenzwertbegriff und alles, was damit zusammenhängt. Die wichtige Einsicht, daß z. B. die Funktion $\frac{a^2-ax}{a-x}$ an der Stelle $x=a$ unbestimmt wird und dortselbst den Wert a nur auf Grund eines Grenzüberganges mit $x \to a$ erhalten kann, bleibt ihm verschlossen. Das Entscheidende ist, daß hier nicht etwa Unvollkommenheiten in der Auffassung vorliegen, sondern tiefgreifende Fehlmeinungen. Sie lassen sich nicht durch zusätzliche Annahmen berichtigen, vielmehr können sie nur durch einen völligen Auffassungswandel überwunden werden. EULER verdankt das Beste, was er zu geben hat — die Fülle seiner zahllosen neuen Einzelergebnisse —, nicht etwa einer vertieften mathematischen Einsicht in die Zusammenhänge, sondern seiner allerdings ans Unvorstellbare grenzenden algorithmischen Kraft, die ihn dazu befähigt, die aufgeworfenen Probleme von immer neuem Standpunkt aus anzugreifen. Auf diese Weise vermag er die gewonnenen Ergebnisse fortwährend zu kontrollieren und nötigenfalls zu berichtigen.

Der mathematisch interessanteste Teil der *Introductio* sind die Kapitel 8/10 des ersten Buches. Zunächst erscheinen die auf Grund des Additionstheorems für Cosinus und Sinus gewonnenen Formeln

$$\cos nx \pm i \sin nx = (\cos x \pm i \sin x)^n,$$

dann wird rechts nach dem binomischen Lehrsatz entwickelt, hierauf $nx = y$, $x = 0$, $n = \infty$ gesetzt (das Ganze ist durch Grenzübergang leicht einwandfrei zu machen). So entstehen die Potenzreihen für $\cos y$ und $\sin y$. Es gilt aber, wie im 7. Kapitel gezeigt wurde,

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{t}{n}\right)^n = e^t$$

also mit $t = ix$ einerseits $e^{ix} = \cos x + i\sin x$ und andrerseits $x = \frac{1}{2i} \log \text{nat} \frac{\cos x + i\sin x}{\cos x - i\sin x}$. Wird jetzt die logarithmische Reihe des 7. Kapitels für $\log \text{nat} \frac{1+t}{1-t}$ benutzt, so entsteht die arc-tg-Reihe.

Nun besitzt aber $\left(1+\frac{x}{n}\right)^n - 1$ außer x nur Quadratfaktoren der Form $1 + \frac{x}{n} + \left(\frac{x}{2k\pi}\right)^2$. EULER bemerkt ausdrücklich, daß man hier *nicht* $n = \infty$ setzen darf. Er nimmt daher die Zerlegung von $\left(1+\frac{x}{n}\right)^n - \left(1-\frac{x}{n}\right)^n$ in die Quadratfaktoren $1 + \left(\frac{y}{k\pi}\right)^2 - \left(\frac{x}{n}\right)^2$ vor und erhält hieraus mit $n = \infty$ das unendliche Produkt

$$\frac{e^x - e^{-x}}{2} = x\left(1+\frac{x^2}{\pi^2}\right)\cdot\left(1+\frac{4x^2}{x^2}\right)\left(1+\frac{x^2}{9\pi^2}\right)\left(1+\frac{x^2}{16\pi^2}\right)\ldots.$$

Wird diese Darstellung gliedweise mit der Potenzentwicklung

$$\frac{e^x - e^{-x}}{2} = x\left(1 + \frac{x^2}{1\cdot 2\cdot 3} + \frac{x^4}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5} + \frac{x^6}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7} + \ldots\right)$$

verglichen, so ergeben sich unter Mitbenutzung der NEWTONschen Potenzsummenformeln die Relationen

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k^2} = \frac{\pi^2}{6},\quad \sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k^4} = \frac{\pi^4}{90},\quad \sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k^6} = \frac{\pi^6}{945} \text{ usw.}$$

Die erste von ihnen löst ein Problem, das schon drei Generationen in Atem gehalten hatte und dessen Tücke Männer wie LEIBNIZ, JAKOB und JOHANN BERNOULLI hatte die Segel streichen lassen[1].

Selbst diese ganz bescheidenen Beispiele aus dem ersten Teil der *Introductio* genügen, um das Typische darin erkennen zu lassen: die fabelhafte algorithmische Technik und die phantasievollen Ansätze. Gewiß, die mangelnde Strenge ist störend, aber sie darf nicht den Ausschlag bei der Beurteilung EULERS geben. Der sonnige Götterliebling hat als Mensch sein sprudelndes Temperament und seine bestrickende Wesensart in die Waagschale zu werfen, als Gelehrter die mitreißende Kühnheit der Gedankenführung. Uns, die wir noch nach 200 Jahren dem Zauber seiner Darstellungskunst erliegen, ist EULER vielleicht um seiner Schwächen willen stärker vertraut denn eines der andern großen mathematischen Genies. Nein, das war er *nicht*, was ihm der bittere Haß der an Erfolgen ärmeren Fachgenossen höhnend nachgerufen hat: er war *keine* Rechenmaschine, sondern eine warme, lebhaft empfindende und in ihrer gelegentlich geradezu rührend anmutenden Schüchternheit ganz besonders liebenswerte Natur.

J. E. HOFMANN

[1] Über die näheren Einzelheiten der Entdeckung durch EULER und die daran sich anschließende Korrespondenz mit JOHANN und NIKLAUS BERNOULLI vgl. O. SPIESS in der *Speiser-Festschrift* (Zürich 1945), S. 1–21.

Aufruf zur Sammlung von Sonderdrucken für das Gmelin-Institut

Das Gmelin-Institut für anorganische Chemie und Grenzgebiete in der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften führt die Arbeiten am Gmelin-Handbuch der anorganischen Chemie fort. Mit der Herausgabe weiterer Teile ist, trotz der Schwierigkeit der Schrifttumslage, in einigen Monaten zu rechnen.

Das Gmelin-Institut hat seine umfängliche Sonderdrucksammlung während des Krieges verloren. Es ist bemüht, diese Sammlung neu aufzubauen. Es bedarf dazu aber der steten und aktiven Mitarbeit aller Fachkollegen.